

Consignes : Vos réponses aux questions se feront dans un seul fichier R. Vous nommerez votre fichier `NOM.Prenom.R` où `NOM` et `Prenom` sont vos nom et prénom sans accent et sans espace. La première ligne du fichier contiendra vos nom et prénom sous forme d'un commentaire : `# Nom Prénom, Groupe (Maths ou Miashs)`. Le dépôt de votre fichier se fera exclusivement sur `ecampus` le 30/11/2018 avant 16h00, heure stricte. L'envoi par mail ne sera pas en compte.

Barème : Le barème est donné à titre indicatif. Les exercices pour lesquels les codes ne s'exécutent pas, seront notés sur la moitié des points du barème.

Sujet :

Exécuter les commandes suivantes :

```
rm(list = ls())  
file.create("True.Rhistory")  
loadhistory("True.Rhistory")
```

Exercice 1 (5pts) : Soit X une *var* suivant la loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$, *i.e.*

$$\mathbb{P}(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

- Écrire une nouvelle fonction `mydpois` équivalente à la fonction `dpois`.
- On pose $\lambda = 4$
 - En utilisant cette fonction, calculer $\mathbb{P}(X \leq 8)$.
 - Quelle est la valeur la plus probable pour X (le mode) ?

Exercice 2 (9pts) :

Soit X une *var* suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(15, 0.3)$.

- Simuler un échantillon de taille 500 de X . On note x_1, \dots, x_{500} les valeurs simulées.
- Représenter cet échantillon : tracer le nuage de points $\{(i, x_i); i \in \{1, \dots, 500\}\}$.
- Calculer la fréquence des différentes observations $\{0, \dots, 15\}$ en utilisant la fonction `table`.
On note f_0, \dots, f_{15} ces fréquences. Enregistrer les sous forme d'un vecteur.
- Représenter f_0, \dots, f_{15} à l'aide d'un diagramme à bâtons.
- Calculer et représenter graphiquement les fréquences cumulées (utiliser la fonction `cumsum`).
- Calculer la moyenne empirique de l'échantillon simulé.
- Comparer la moyenne empirique et l'espérance de X .
- Calculer la variance empirique de l'échantillon simulé.
- Comparer la variance empirique et la variance de X .

Exercice 3 (6pts) :

Soient X et Y deux *var* indépendantes, avec

— X suivant la loi normale $\mathcal{N}(0, 1)$, *i.e.* de densité

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

— Y suivant la loi exponentielle $\mathcal{E}(3)$, *i.e.* de densité

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Quelle est la densité du couple de *var* (X, Y) ?
- Ecrire une fonction permettant de calculer cette densité jointe.
- Tracer cette densité sur le domaine $[-5, 5]^2$.
- Simuler un échantillon de taille 10000 de (X, Y) .
- Représenter cet échantillon sur un graphique.